

Introdução à presente edição

Conceitos Fundamentais da Matemática é um livro actual apesar de já ter sido escrito há mais de cinquenta anos. E uma prova disso é que continua a comprazer uns e a incomodar outros e ao lê-lo e estudá-lo não pode ficar-se indiferente. É por esta razão, basicamente, que, num convite a reler ou a fazer ler, se reedita a obra.

Mas qual é então a singularidade da atitude adoptada no texto? E como é possível um texto científico, neste caso de matemática, resistir à erosão do tempo, à evolução das ideias e até das modas? Como pode um livro científico valer para além do interesse histórico, sobrevivendo à alteração dos contextos? Procuraremos responder em mescla a estas questões naturalíssimas.

O valor do texto

Logo no prefácio do Autor faz-se uma clara opção entre duas atitudes possíveis: [olhar para a Ciência] “tal como vem exposta nos livros de ensino, como *coisa criada*” ou “assistir à maneira como foi *sendo elaborada*”, aparecendo então “como um *organismo vivo*, impregnado de condição *humana*, com as suas forças e as suas fraquezas”, sendo no livro adoptada a segunda atitude. Usando ainda os termos de Bento de Jesus Caraça, este ponto de vista revela [as] “hesitações, dúvidas, contradições, que só um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, outras dúvidas, outras contradições”. Espelham estas palavras a atitude arreigadamente científica do Autor, apontando nelas o mecanismo fundamental do progresso científico, em que a dúvida assume um papel crucial. Já Platão considerava que a valorização da dúvida distinguia os homens dos outros animais.

O livro agora reeditado não é pois apenas um livro de matemática elementar. É sim um livro que com o pretexto da matemática visa muito mais longe: “A cultura integral do indivíduo”, título de uma célebre conferência de Bento de Jesus Caraça, proferida em 1933; tinha essa palestra o subtítulo “problema central do nosso tempo”. E continua a ser! Sempre quis o Autor reivindicar a cultura para a sociedade inteira, mas se há que fazer chegar à maioria o saber especializado necessariamente feito sobretudo por alguns, seria lamentável que a minoria dos que virão a ser os futuros espe-

cialistas nalguma área do saber, se contentasse com a sua parcela. Somos todos os dias vítimas de especialistas que, quando alcandorados no poder, nos escandalizam, na terminologia queirosiana, com a sua “espessa crosta de ignorância”. A leitura dos *Conceitos Fundamentais da Matemática* informa o leigo e recicla o especialista, a ambos interessando, pela originalidade do estilo.

Nas palavras de José Sebastião e Silva — que foi sem dúvida o maior matemático português deste século — Bento de Jesus Caraça “criou, efectivamente, um *estilo de ensino da matemática*, de que eu próprio sou beneficiário.” Assinale-se curiosamente que esse ilustre matemático ao referir-se ao livro de Caraça ‘Lições de Álgebra e Análise’ — exposto no estilo de *coisa criada*, sem privilegiar a maneira como foi *sendo elaborada* — confessa: “Pela primeira vez a matemática – apresentada por alguém que vivia a sua profissão com alma de apóstolo e de artista – surgia aos meus olhos como edifício inteiramente racional, ao mesmo tempo que harmonioso e cristalino.” Nesse livro o Autor dirigia-se aos universitários, próximos dos especialistas, e a transmissão das ideias, era feita sem economias de preciosismo técnico. Como a tarefa era bem mais simples do que a redacção dos *Conceitos Fundamentais da Matemática*!!

Trata-se de um livro de matemática mas é ainda um livro de cultura. Sensível ao seu alcance interveio em polémica célebre, António Sérgio, criticando o carácter redutor do texto; que o teria de ser necessariamente, dadas as dimensões do livro e do público leitor a que se destinava: os leitores da colecção “Biblioteca Cosmos”, dirigida por Bento de Jesus Caraça durante sete anos e até à sua morte em 1948; as duas primeiras partes dos *Conceitos* constituíram dois volumes dessa colecção publicados em 1941-42. Reduzindo nós também, diríamos que Sérgio foi o mais notável pensador português deste século. Respigando as palavras de um outro notável homem de ideias — o, a nosso ver, ainda injustiçado Vasco de Magalhães-Vilhena, crítico maior de Sérgio — “António Sérgio é o mais alto representante do humanismo progressista burguês em Portugal. Mas a sua obra ultrapassa largamente os quadros de condições sociais retardatárias. António Sérgio não é só um altíssimo escritor de ideias, o maior das nossas letras. Como Herculano, no dizer de Antero, é um grande homem na acepção completa destas palavras”. Naquela polémica ou controvérsia, com réplicas e tréplicas de Sérgio e de Caraça eram pois dois grandes homens que se debatiam. Mas sendo assim o que levaria Sérgio ao ponto de considerar os *Conceitos Fundamentais da Matemática*, “um incitamento à incultura filosófica, à incompreensão da genialidade, à barbarização dos leitores”?! e o que levaria Caraça, que escrevera no texto introdutório daquela colecção: “derrotas só

existem aquelas que se aceitam”, a referir-se no último termo da polémica, “a esta infeliz discussão”? que é encerrada com estas palavras:

“António Sérgio proclama que ‘a minha atitude ao discutir Platão é um exemplo pernicioso para a educação dos jovens’. Por causa da minha atitude intelectual, das minhas ideias, já fui várias vezes acusado de ser *pernicioso para a educação dos jovens*. Não posso esconder o meu espanto ao ver agora juntar-se a esse coro a voz de António Sérgio.

Mas neste momento, terminada esta infeliz discussão, à qual não voltarei mais, sinto-me já como desligado dela, na situação dum expectador que assiste à representação de um episódio substancial da Comédia da Vida.”

Mas de que se tratava afinal? De uma discussão académica azeda entre pessoas que se estimavam? ou de um episódio substancial da Comédia da Vida? No cerne da polémica está o livro que o leitor tem entre as mãos. E malgrado os cinquenta anos decorridos ela não perdeu pertinência: será possível divulgar sem trair?

Oiçamos Sérgio num passo crítico sobre a divulgação das ideias filosóficas, adivinhando nós que com veemência semelhante atingiria no concreto a divulgação das ideias científicas, cujo discorrer, aliás, sempre acompanhou:

“Em filosofia (se não digo asneira) não há resumos nem vulgarizações possíveis. Ou se estuda com verdadeiros filósofos ou não se estuda. O que torna interessante os seus problemas é a sua dificuldade. Facilitar tais problemas é deixar de vê-los e deixar de vê-los é deixar por isso de ser filósofo. O vulgarizador, quase sempre, assemelha-se a um professor de equitação que para facilitar as coisas suprimisse o cavalo”.

E oiçamos Caraça num amplexo de generosidade, pretendendo explicar a que vinha o aparecimento da “Biblioteca Cosmos”:

“Podemos resumir nestas poucas palavras os seus intuitos — dar ao *maior número* o máximo possível de *cultura geral*, tornar acessível a todos aquilo que as condições materiais de vida e as necessidades profissionais da especialização tornam sempre difícil, e por vezes mesmo impossível, adquirir — uma visão geral do mundo, mundo físico e mundo social, da sua construção, da sua vida e dos seus problemas.

Quando falamos em *tornar acessível*, entendemo-lo de duas maneiras — pelo preço dos volumes, o qual será tão baixo quanto possível, e pela forma de tratar os problemas, que será simples, concisa, em linguagem ao alcance de todos. Procurará realizar-se a síntese destas duas exigências — *simplicidade máxima na forma de exprimir, rigor máximo na forma de expor*. Obra de vulgarização procurará sê-lo no sentido alto do termo — aquela vulgarização que *não abaixa nem deturpa*, que traz ao nível do *homem comum o património cultural comum*. [...]

Mas a questão não se limita a este simples aspecto do direito à cultura; ela põe-se também, no campo da *possibilidade*. É possível pôr ao alcance de todos a cultura geral? não existem porventura, no conjunto das ideias fundamentais da estruturação intelectual, domínios não-acessíveis ou só acessíveis a iniciados? Não é verdade que, como se vê afirmar com frequência, vulgarizar é sempre abaixar?

Entendamo-nos. Em cada ramo do conhecimento há o que é do domínio do especialista e o que é do domínio geral, aquilo que só uma vida inteira de trabalho consegue apreender (quando o consegue) e aquilo pelo qual esse ramo entronca na corrente geral das ideias e da civilização. [...]

O que se pretende vulgarizar é, precisamente, o que pertence ao domínio geral e aí não há nada que não possa ser apreendido pelo comum dos homens. [...] É pensando neles, nos seus direitos e nas suas possibilidades, que nos propomos vulgarizar *sem deturpar nem abaixar*.”

É essa difícil tarefa que Caraça empreendeu nas páginas que seguem e não é preciso ser magnânimo para reconhecer que em inúmeros passos da sua obra também Sérgio muito bem diligenciou nesse sentido. Se Caraça soube levar avante o seu projecto deveu-se isso em parte, sem dúvida, ao seu estilo peculiar de ensinar matemática, assinalado por Sebastião e Silva e que o leitor terá ocasião de apreciar.

O valor deste texto reside no convite que promove à aventura crítica, a todos aberta, vulgarizando *sem deturpar nem abaixar*, elevando mesmo; mas apesar disso ou até por isso, esta reedição suscitará entusiasmos cúmplices e críticas severas. Voltarão as críticas dos que não souberam fazer melhor. Mas desengane-se o leitor e julgue se apesar de todas as imperfeições se fez melhor em Portugal!

Questões de forma

O conteúdo científico do livro *Conceitos Fundamentais da Matemática* corresponde a uma parte dos temas que são ainda hoje ensinados — como o eram há cinquenta anos — nos dois últimos anos dos estudos secundários e no primeiro ano dos estudos universitários com vertente científica. Apesar da natural evolução da matemática o seu núcleo básico manteve-se no essencial ao longo deste meio-século; para sermos mais claros: fazendo remontar a Galileu a ciência moderna, teve ela, no âmbito da matemática, uma autêntica explosão, após a elaboração das ideias do cálculo infinitesimal, nos séculos XVII e XVIII, tendo essa produção sido sujeita a uma apurada análise crítica nos seus fundamentos, sobretudo no final do século XIX. Desta análise viria a resultar a fixação curricular dos cursos básicos de matemática a partir de meados deste século: quer isto dizer que apesar de uma torrente de temas novos, os conceitos fundamentais da matemática são ainda os que resultaram daquela análise. É verdade que, comparando a matemática com as outras ciências, a evolução da sua base fundamental revela maior estabilidade sendo por exemplo as demonstrações de há vinte e cinco séculos tão modernas quanto as de hoje.

A enorme expansão da escolaridade em Portugal no último quarto de século fez dos alunos daqueles níveis de ensino — fim do secundário e início do universitário — a parcela talvez mais importante dos potenciais leitores deste livro de modo que a eles é devida uma palavra no que respeita à metodologia, a algumas alterações terminológicas e a diferenças de notação.

No livro é dada ênfase às ideias, as mesmas ideias que o citado grupo de potenciais leitores encontrará nos manuais modernos em que é, no entanto, em geral, prevalecente a componente técnica. Se é verdade que para consolidar a compreensão dos conceitos essa componente é indispensável, sendo mesmo necessária a aquisição de algum automatismo de cálculo, mais verdade é ainda que conceber a matemática como um receituário que se assimila pela feitura de um sem número de exercícios é, para além de aviltante, muito perigoso. Tão perigoso e aviltante como o seria tomar uma lista de nomes de pessoas pelas próprias pessoas, esquecendo os mundos que por trás delas se escondem. Infelizmente, essa ideia de receituário é ainda inculcada em muitos dos nossos alunos, tantas vezes vítimas de uma formação precária dos seus professores. A benvinda expansão do ensino tinha que ter o seu preço, embora o achemos exageradamente elevado. Sendo a matemática sobretudo feita de ideias encontrará o aluno neste livro um meio de suprir carências e sentir-se-á amplamente recompensado utilizando-o em paralelo com o que vai ou devia ir aprendendo nas aulas. O professor deveria tirar partido disto

mesmo e aproveitar o livro quer para o deleite, quer para o exercício da crítica, sabendo que nenhum livro substitui o professor, podendo, isso sim, complementar-se as suas funções.

A lógica de construção dos *Conceitos Fundamentais da Matemática*, remete as suas três partes — Números, Funções, Continuidade — para uma ordenação genética das ideias que nem sempre coincide com a habitual e que pode perturbar o leitor já introduzido nos assuntos. Isto vale em especial para a primeira parte — para Sebastião e Silva “a leitura dos *Conceitos* proporciona momento de grande interesse e beleza (principalmente na 1ª parte, que chega a ser primorosa)” — sendo por exemplo útil observar que os números negativos só aparecem no final da primeira parte, depois de se ter incursado já no campo racional e no campo real, contrariamente à prática usual. Para minorar a discrepância notacional daí decorrente atrevemo-nos nesta edição a alterar a notação do autor — que conflitua com outras mais recentes — de modo a recorrer aos símbolos \mathbb{Q}, \mathbb{R} hoje de uso generalizado em todo o mundo para designar o conjunto dos números racionais e o dos reais (positivos ou negativos e incluindo o zero). Para ser precisos usámos as seguintes notações: $\mathbb{Q}_0^+, \mathbb{R}_0^+$ respectivamente, para os números racionais positivos (0 incluído) e para os números reais positivos (0 incluído), evitando inovações inconvenientes, face ao uso nas nossas escolas.

Trata-se como se vê de modificações que são mais do foro da renovação tipográfica. Num ou noutra ponto particular assinala-se em nota de rodapé do editor alguma alteração ou discrepância terminológica, ressaltando o texto do desuso. Limitámos a essas as modificações no texto, tendo considerado inescrupuloso ir mais longe nesse sentido. Optando pelo princípio das alterações mínimas julgámos que ficava assim assegurada a pujança do discurso das ideias na sua forma original, pois só ao Autor caberia fazer alterações de maior monta. De que as teria feito não cabe dúvida, como o revela este desabafo em carta a um amigo: “Como deve ser bom o estado de espírito daqueles que fazem, em vida, edições *definitivas* dos seus livros! bom ou mau...”

A edição assim concebida (incluindo ainda o tratamento “cosmético” pontual de actualização ortográfica) obrigou a uma reimpressão total a fim de lograr um rejuvenescimento gráfico indispensável, de acordo com as naturais exigências da jovem geração a quem o livro primacialmente se destina, já que o grafismo tipográfico das edições anteriores estava demasiado conotado com o tempo.

Os *Conceitos Fundamentais da Matemática* de Bento de Jesus Caraça foram publicados em primeira edição na “Biblioteca Cosmos” em dois volumes — um relativo à primeira parte e outro à segunda — em 1941/42

com sucessivas reedições (1.º vol: 1942, 1942, 1944, 1946; 2.º vol.: 1944) ou num só volume — incluindo as três partes — em edições da Tipografia Matemática e da Livraria Sá da Costa (1951, 1952, 1958, 1963, 1970, 1975, 1978 e 1989), tendo sido usada para esta reedição o texto mais recente.

Acrescentou-se nesta edição um conjunto de textos de autores contemporâneos, sob o título geral de *Sementes que vingaram*; trata-se de glosas a pequenas frases ou expressões retiradas do livro de Bento de Jesus Caraça, alusivas a temas que estavam destinados a desenvolvimentos notáveis na segunda metade do século XX. Aqui fica expresso o agradecimento sincero a todos quantos, com solicitude, se dispuseram a enriquecer esta nova edição colaborando com os seus textos.

Os contextos

“Toda a vida humana é uma lenta criação, fruto das interações do indivíduo e do seu meio, do seu *contexto*” e este livro é também visado nessas palavras que Bento de Jesus Caraça proferiu a propósito de Galileo e de Newton. Mas não deixa de ser importante analisar brevemente como é possível que uma alteração significativa do contexto social, político, económico e cultural em que os *Conceitos* foram escritos e vão agora ser lidos, não lhes retire oportunidade.

Quando este livro foi escrito vivia-se num clima de medo generalizado em que se por um lado o Estado aterrorizava os cidadãos, por outro vivia no terrível temor de eles se libertarem. Ao carácter libertador da ciência, convite a pensar e que vive da correcção constante dos seus erros, não poderia alhear-se o regime ditatorial, obviamente ameaçado pela cultura e pela liberdade. As sucessivas vagas de demissões compulsivas e a proibição de investigar ou de ensinar endereçada a alguns dos nossos melhores valores científicos — um dos demitidos sendo o próprio Bento de Jesus Caraça — se bem reflecte o medo geral, deixa imaginar quer o isolamento intelectual a que eram votados os portugueses, quer a corrupção das regras derivada da imitação do poder vigente. Sem sair do âmbito da matemática são sintomáticas na ilustração dos dois aspectos, as palavras de dois matemáticos de então; Ruy Luís Gomes: “Na verdade Bento Caraça pertenceu ainda a uma geração que fez a sua própria preparação, no domínio da Matemática, numa época em que as nossas Escolas Superiores estavam inteiramente informadas pelo velho e desastrado conceito de que se pode ser um grande professor universitário sem nunca se ter patenteado, na análise exaustiva de algum problema concreto, a *garra* ou, pelo menos, o *sentido de investi-*

gador.”; e Aureliano Mira Fernandes, coloquial: “Deve haver poucos países onde as pessoas saibam tão pouco e percam tanto tempo a tentar saber o que os outros sabem”.

Hoje Portugal tem a liberdade por que Bento Caraça denodadamente lutou e todos os matemáticos da geração presente sabem ou deveriam saber o quanto devem à acção pedagógica e cívica de Bento de Jesus Caraça, dívida essa que, por demasiado grande, não é facilmente saldável, tantas foram as suas iniciativas no sentido de responsabilizar e dignificar os matemáticos; nessa tarefa foi coadjuvado e seguido por muitos, não podendo nós deixar de mencionar António Aniceto Monteiro (outro demitido) conduzindo o meio matemático português à arena internacional (única forma de minorar o caciquismo científico) através do seu papel capital na criação daquela que é ainda hoje uma revista portuguesa de mérito nesse plano: a *Portugaliae Mathematica*.

Hoje Portugal está integrado no mundo, como o esteve há cinco séculos e as novas condições de liberdade duradoura e de circulação das ideias não poderão mais justificar a nossa indigência científica, permitindo-nos isso sim superar o nosso atraso, se cuidarmos autenticamente da formação científica e humanística dos nossos professores, fazendo da escola um local de prestígio, ambicionado, onde a sociedade veja realmente utilidade. Aprendamos sem receio com os nossos erros — “se não receio o erro, é só porque estou sempre disposto a corrigi-lo”, disse Caraça — e desconfiemos das nossas certezas ou das certezas dos outros, única forma de acreditar em nós. Substitua-se nas nossas escolas a fé no milagre e o culto da eficácia militante, pelo ensino experimental e a experiência da razão. Correremos o risco de perder uma grande ocasião, se não atendermos às palavras certeiras, em entrevista, do ilustre historiador Vitorino de Magalhães Godinho:

“Nós temos que criar uma comunidade científica que neste país insufla uma mentalidade racionalista, sem peias, uma atitude crítica, científica, problematizadora, ao mesmo tempo assente na demonstração e na prova experimental, que não vá atrás de suposições de tipo mágico ou formas de pensamento arcaizantes mas que aceite tudo aquilo que há na ciência moderna. A ciência nada tem a ver com dogmatismos, porque é perfeitamente aberta, é problematizadora, fundamentalmente, e não dogmática. Ora bem, nós temos que criar essa mentalidade, o que não quer dizer que assim esqueçamos o desenvolvimento das artes plásticas ou da música, ou da literatura, ou das formas de desporto. Tudo isto está entrelaçado no legado europeu: precisamente a Europa

que queremos construir, ela parte, tem como valores essenciais esse sentido artístico e lúdico, a busca da beleza, mas também a busca do rigor, a capacidade de problematizar, mas também a busca da demonstração e o exame crítico cerrado, severo, de tudo quanto nos é proposto e de quanto nós propomos.

Temos de ter essa mentalidade aberta que, por um lado, se traduz num conjunto de actividades físicas de realização do homem na plenitude e na saúde, e, por outro, no conjunto das actividades de fabricar com tecnologia inovadora e preservadora e de pensar racionalmente...

É na lucidez, nas ideias claras e distintas, na grande tradição helénica e galileana-cartesiana, que vem a desembocar em Sérgio, em tantos outros, que nós devemos realmente situar-nos; e não nas fantasias descabidas que nos vão ensandecer nos quintos impérios das missões providenciais, nos mitos; sejam eles o mito da economia de mercado, ou da privatização, ou da livre concorrência, ou outros mitos explicativos do universo e certas formas de cultura que não têm o rigor, a precisão, o espírito matemático e experimental que, juntamente com o espírito artístico, como mostrou e tanto sublinhou Henri Poincaré, e não só, estão na base da nossa civilização — uma civilização que usufrui do raro privilégio de ser capaz de pôr-se em causa a si própria e arranca novas forças de renovação da insatisfação que sente com o que realizou.”

A reedição dos *Conceitos Fundamentais da Matemática*, numa colecção com a qualidade e o prestígio da ‘Colecção Ciência Aberta’, não constitui apenas uma homenagem a Bento de Jesus Caraça, é sobretudo uma ocasião para, frutificando o seu legado dar um rumo optimista à nossa mentalidade científica, confiantes como estamos numa enorme divulgação deste livro, em particular nas nossas escolas.

Paulo Almeida